

# NIVEL 1

## VI ONEM

OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA 2009

### PRIMERA FASE

26 de junio 2009

**Problema N° 1.**

Pepito tiene 13 años y Juanita tiene 9 años. ¿Dentro de cuántos años la suma de sus edades será la doble de la suma actual?

- A) 11    B) 12    C) 15    D) 22    E) 23

**Resolución:**

	Actualmente	Dentro de "n" años
Pepito :	13	13 + n
Juanita :	9	9 + n
Suma de edades:	22	22 + 2n

Del enunciado:  $22 + 2n = 2(22) \rightarrow 22 + 2n = 44 \rightarrow 2n = 22$

Finalmente  $n = 11$  años

~~11 años~~ 11 años

**Problema N° 2.**

Un turista llega al Cusco y decide cambiar sus euros. Si por cada 4 euros le dan 5 dólares, ¿cuántos dólares recibirá el turista al cambiar 62 euros?

- A) 77 dólares    B) 77,5 dólares    C) 75 dólares    D) 75,7 dólares    E) 49,5 dólares

**Resolución:**

Aplicamos la regla de tres simple:

4 euros  $\rightarrow$  \$ 5  
62 euros  $\rightarrow$  \$ x

Luego:  $4x = 5(62) \rightarrow x = 77,5$  dólares

~~77,5 dólares~~ 77,5 dólares

**Problema N° 3.**

Calcula el valor de  $(2009 - 1)(2008 - 2)(2007 - 3) \dots (1 - 2009)$

- A) 1    B) 2009    C)  $2009^2$     D) 2008    E) 0

**Resolución:**

Observamos que:

$2009 + 1 = 2008 + 2 = \dots = 1 + 2009 = 2010$

Luego:  $(2009 - 1)(2008 - 2) \dots (1005 - 1005) \dots (1 - 2009)$

El factor  $1005 - 1005 = 0$  anula todos los demás

~~0~~ 0

**Problema N° 4.**

Carlos vende cubos mágicos por mayor. Los vende en cajas que contienen exactamente 12 cubos. Si dispone de 500 cajas vacías y N cubos ¿en cuál de los siguientes casos le falta cubos para tener un número exacto de cajas llenas de cubos?

- A) N=1524 B) N=5124 C) N=5412 D) N=1452 E) N=2514

**Resolución:**

Como se tiene de cajas llenas de 12 cubos exactamente; N debe ser un número múltiplo de 12.

Un número para ser múltiplo de 12 debe ser múltiplo de 3 y de 4.

Si N es múltiplo de 3, la suma de sus cifras debe ser múltiplo de 3; las cinco alternativas cumplen.

Si N es múltiplo de 4, sus últimas dos cifras debe ser múltiplo de 4; el único caso que no es múltiplo de 4, por lo tanto no es múltiplo de 12 es N = 2514



**Problema N° 5.**

El precio de un diamante es proporcional al cuadrado de su peso. Si un diamante de 5 gramos cuesta S/. 1000, ¿cuánto cuesta un diamante de 2 gramos?

- A) S/. 320 B) S/. 400 C) S/. 200 D) S/. 240 E) S/. 160

**Resolución:**

Por regla de tres simple

Precio es proporcional al  $(5)^2 \rightarrow S/.1000$

$(2)^2 \rightarrow X$

Luego :  $25x = 4(1000) \rightarrow x = S/.160$



**Problema N° 6.**

Mi calculadora tiene dos botones especiales. Cuando presiono el botón A, el número que está en la pantalla se duplica, y cuando presiono el botón B, el número que está en la pantalla disminuye en 2. En una ocasión, en mi calculadora digité mi número favorito; presioné tres veces seguidos el botón B, y la pantalla mostró el número 50. ¿Cuál es mi número favorito?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

**Resolución:**

Sea X el número.

Del enunciado:

Al presionar el botón tres veces A  $\rightarrow 2(2(2X)) = 8X$

Al presionar el botón tres veces B  $\rightarrow -2 - 2 - 2 = -6$

Resultado:  $50 = 8X - 6 \rightarrow 8X = 56 \rightarrow X = 7$



**Problema N° 7.**

A un congreso internacional de matemáticas asistieron 520 personas. Se sabe que 310 personas son sudamericanas y que la cantidad de peruanos es la mitad de las que no son

sudamericanos. ¿Cuántos peruanos asistieron al congreso?

- A) 100 B) 105 C) 115 D) 111 E) 91

**Resolución:**

Conjunto de Sudamericanos: S

Conjunto de Peruanos: P

Cantidad de peruanos: x

Del enunciado:

Donde:  $x + a = 310 \rightarrow a = 310 - x$

Además:  $x + a + 2x = 520 \rightarrow x + 310 - x + 2x = 520$

$2x = 210 \rightarrow x = 105$  peruanos



105

**Problema N° 8.**

Por fin de temporada, una tienda de ropa tiene la siguiente oferta: "Llévate dos polos y el más barato te sale gratis". Andrea escogió cuatro polos de precios S/. 24, S/. 22, S/.30 Y S/. 35. ¿Cuánto dinero necesita como mínimo para que se pueda llevar los cuatro polos?

- A) 57 B) 59 C) 65 D) 46 E) 52

**Resolución:**

Es necesario agrupar los polos en pares.

Compra los polos de S/.35 y S/.30 pagando sólo el más caro

S/. 35 +

Luego compra los de S/.24 y S/.22 pagando sólo el más caro

S/. 24

En total pagará

S/. 59

S/. 59

**Problema N° 9.**

¿Cuál es el menor número natural N por el cual hay que multiplicar a 27 para obtener un número cuya suma de sus dígitos sea 27? Da como respuesta el producto de los dígitos N.

- A) 21 B) 0 C) 81 D) 36 E) 63

**Resolución:**

999 es el menor número natural cuya suma de dígitos es 27.

Sea N el menor número natural buscado.

Del enunciado:  $27N = 999 \rightarrow N = 37$

Piden el producto de sus cifras:  $3(7) = 21$

21

**Problema N° 10.**

Los números del 1 al 9 deben escribirse en las casillas del siguiente tablero: De tal modo que dos números consecutivos no estén en casillas vecinas. ¿Qué número es x?

Aclaración: Dos casillas son vecinas si tienen un lado o un vértice en común.

- A) 8 B) 7 C) 6 D) 9 E) 5



**Resolución:**

Complete los cuadraditos en orden, empezaremos ubicando el número 2 hasta llegar a X. Observa el gráfico:



**Problema N° 11.**

Un periódico cuesta S/. 0.90 y puede ser comprado junto a su suplemento opcional que cuesta S/. 1.50. Al final del día, se han vendido 333 ejemplares del periódico y se ha recaudado un total de S/. 593.70. ¿Cuántos ejemplares del suplemento se ha vendido?

- A) 160 B) 173 C) 152 D) 154 E) 200

**Resolución:**

Ejemplares vendidos del suplemento:  $x$   
 Ingreso total por ventas:  $539,70 = 0,90(333) + 1,50(x) \rightarrow 1,50x = 539,7 - 299,7 = 240$   
 Luego  $x = \frac{240}{1,5} = 160$



**Problema N° 12.**

Tengo un recipiente de 20 litros de capacidad máxima con cierta cantidad de agua y quiero determinar cuántos litros de agua hay en el recipiente, usando dos jarrones. El primer jarrón es de 4 litros y si saco agua usándolo varias veces, me quedarían 2.7 litros en el recipiente; el segundo jarrón es de 2.5 litros y si saco agua usándolo varias veces, me quedarían 1.2 litros de recipiente. ¿Cuántos litros de agua hay en el recipiente?

- A) 13.7 B) 14.7 C) 16.7 D) 16.2 E) 18.7

**Resolución:**

Se saca  $x$  veces agua con el jarrón de 4 litros:  
 $4x + 2.7 < 20 \rightarrow x = 4 \rightarrow$  Agua: 18.7  
 Se saca  $y$  veces agua con el jarrón de 2.5 litros:  
 $2.5y + 1.2 < 20 \rightarrow y = 7 \rightarrow$  Agua: 18.7



**Problema N° 13.**

Se debe colocar losetas a un patio de 4,21 m por 5,33 m. Las losetas escogidas sólo se venden en cajas a 70 nuevos soles cada una para cubrir 2 metros cuadrados y en cajas a 100 nuevos soles cada una para cubrir 3 metros cuadrados. ¿Cuál es la menor cantidad de nuevos soles que se puede gastar para comprar las losetas necesarias para colocarlas en el patio?

- A) 750 B) 770 C) 800 D) 840 E) 850

**Resolución:**

Área a cubrir  $4,21 \times 5,33 = 22,4393 \text{ m}^2$   
 Si se compra 7 cajas de S/.100 se cubre un área de  $21 \text{ m}^2$ , gastando S/.700  
 La superficie restante de aproximadamente  $1,44 \text{ m}^2$  se puede cubrir con 1 caja de S/.70.  
 En total se gastará como mínimo S/.700 + S/. 70 = S/. 770



**Problema N° 14.**

¿Cuántos elementos del conjunto  $\{10, 11, 12, \dots, 96, 99\}$  cumplen que la suma de sus dígitos es un número par?

- A) 40   B) 42   C) 45   D) 48   E) 50

**Resolución:**

Para que la suma de dígitos de un número sea par, ambos dígitos deben ser pares o ambos impares.

En 10; 11; 12; 13;.....19 cumplen la condición: 11; 13; 15; 17; 19 es decir 5

En forma similar en cada diez números se anulan 5 cuyos dígitos son uno par y el otro impar.

Como hay 9 grupos, el número de elementos suma de sus dígitos es un número par es:

$$9(5) = 45$$

 45

**Problema N° 15.**

Un comerciante compró una cantidad de juguetes a  $n$  soles cada uno. Si el comerciante logró vender  $P$  juguetes menos de los que compró, vendiéndolos a  $m$  soles cada uno, y obtuvo una ganancia de  $6m$  soles. ¿cuántos juguetes compró?

- A)  $\frac{m(P+6)}{m-n}$    B)  $\frac{(P+6)}{n-m}$    C)  $\frac{n(P+6)}{m-n}$    D)  $\frac{m(P+6)}{n-m}$    E)  $\frac{6(P+n)}{n-m}$

**Resolución:**

Sea  $x$  la cantidad de juguetes

Costo total :  $xn$

Venta por un precio de  $(x-p)m$

Ganancia: Ingresos por ventas - Costo =  $(x-p)m - xn = 6m$

$$\rightarrow xm - pm - xn = 6m \rightarrow x(m-n) = m(p+6)$$

$$\text{Finalmente: } x = \frac{m(p+6)}{m-n}$$

  $\frac{m(p+6)}{m-n}$

**Problema N° 16.**

El número total de alumnos de las secciones A y B del cuarto grado es 104. Cada alumno tiene exactamente un amigo en el cuarto grado; decimos que un alumno es tímido si su amigo pertenece a la misma sección y decimos que es sociable si su amigo está en la otra sección. Si 60 alumnos son sociables y hay 20 alumnos tímidos en la sección A, ¿cuántos alumnos hay en la sección B?

- A) 44   B) 54   C) 50   D) 52   E) 60

**Resolución:**

Empleando el diagrama de Carroll

Alumnos	A	B	
Tímidos	20	$44 - 20 = 24$	$104 - 60 = 44$
Sociables	30	30	60
Total	50	54	104

 54

**Problema N° 17.**

¿Cuántos números capicúas de 5 dígitos no son múltiplos de 5?

**Aclaración:** Un número capicúa es aquel que leído de izquierda a derecha es el mismo que leído de derecha a izquierda, por ejemplo, 1221 y 34043 son capicúas.

- A) 720 B) 900 C) 729 D) 576 E) 800

**Resolución:**

Sea el número capicúa de 5 cifras  $N = \overline{abcba}$  ;

Condición:  $a \neq 0$  y  $a \neq 5$

"a" puede asumir los valores: {1; 2; 3; 4; 6; 7; 8; 9} → 8 números

"b" y "c" pueden asumir : {0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9} → 10 números

Por el principio de multiplicación en total habrá  $8(10)(10) = 800$  números capicúas

**Respuesta:** 800

**Problema N° 18.**

En la siguiente suma, cada letra representa un dígito mayor que cero:

$$\text{ONEM} + \text{PERU} = 3793$$

Además, letras distintas representan dígitos distintos.

Halla  $O^2 + N^2 + E^2 + M^2 + P^2 + R^2 + U^2$

- A) 140 B) 145 C) 149 D) 190 E) 107

**Resolución:**

Como  $O + P = 3$  Necesariamente: O y P asumen son los dígitos 1 y 2

$$N + E = 7 \quad ; \quad E + R = 8 \quad ; \quad M + U = 13$$

Reemplazando en la suma:

$$\begin{array}{r} \text{ONEM} + \\ \text{PERU} \\ \hline 3793 \end{array} \quad \begin{array}{r} 1436 + \\ 2357 \\ \hline 3793 \end{array}$$

Luego:  $O = 1$ ;  $N = 4$ ;  $E = 3$ ;  $M = 6$ ;  $P = 2$ ;  $R = 5$  y  $U = 7$

Piden:  $1^2 + 4^2 + 3^2 + 6^2 + 2^2 + 5^2 + 7^2 = 149$

**Respuesta:** 149

**Problema N° 19.**

En una caja, tengo pañuelos rojos, blancos, azules y verdes; 7 pañuelos de cada color.

¿Cuántos pañuelos debo sacar como mínimo, sin ver, para estar seguro de tener al menos 3 pañuelos rojos, 2 pañuelos blancos y un pañuelo azul?

- A) 22 B) 23 C) 24 D) 25 E) 21

**Resolución:**

Para tener certeza de extraer al menos 3 pañuelos rojos, 2 pañuelos blancos y un pañuelo azul debemos asumir los eventos negativos y que después de sacar todos los pañuelos blancos, azules y verdes que son en total  $3(7) = 21$ , luego sacamos los tres pañuelos rojos. En total sacaremos  $21 + 3 = 24$  pañuelos para tener certeza.

**Respuesta:** 24

ARADOLIBRO

Problema N° 20.

Un tablero de ajedrez de  $8 \times 8$  (como se muestra en la figura) es dividido en  $N$  rectángulos que no se superponen, de acuerdo a las siguientes condiciones:



- Cada rectángulo está formado sólo por cuadraditos del tablero.
- Cada rectángulo tiene la misma cantidad de cuadraditos blancos que de negros.
- No hay dos rectángulos que estén formados por la misma cantidad de cuadraditos.

Halla el mayor valor posible de  $N$ .

- A) 6    B) 7    C) 8    D) 9    E) 5

Resolución:

Busquemos los rectángulos, según las condiciones.



Contamos 7 rectángulos

~~133000~~ 7