

**VI ONEM 2009**

Primera Fase

Nivel III

26 de junio de 2009

**PROBLEMA N° 1.**

Halla el valor numérico de:  
 $\operatorname{sen}^2 45^\circ + \operatorname{csc} 60^\circ + \operatorname{csc} 30^\circ$

- A) 2      B)  $\frac{5}{2}$       C) 3  
 D)  $\frac{7}{2}$       E)  $2 + \sqrt{3}$

Respuesta: 3

**PROBLEMA N° 2.**

Halla el área de la región sombreada sabiendo que  $AO = 3$ ,  $CO = 2$ ,  $EO = 1$

y  $m\widehat{AB} = m\widehat{CD} = m\widehat{EF} = 60^\circ$



- A)  $27\pi$       B)  $\frac{7\pi}{3}$       C)  $3\pi$   
 D)  $\frac{7\pi}{2}$       E)  $\frac{14\pi}{3}$

Respuesta:  $7\pi/3$

**PROBLEMA N° 3.**

Si  $\tan \alpha = 0,8$ ; halla el valor de:

$$\frac{5\operatorname{sen} \alpha - 3\operatorname{csc} \alpha}{\operatorname{sen} \alpha - 2\operatorname{csc} \alpha}$$

- A)  $-5/6$       B)  $-5/3$       C)  $5/6$   
 D)  $5/3$       E) 2

Respuesta:  $-5/6$

**PROBLEMA N° 4.**

Simplifica:  $mn\sqrt{3^{m-n}} \cdot np\sqrt{3^{n-p}} \cdot pm\sqrt{3^{p-m}}$

- A) 1      B)  $\sqrt{3}$       C) 3  
 D)  $3^{-1}$       E)  $mnp\sqrt{3}$

Respuesta: 1

**PROBLEMA N° 5.**

La suma de dos ángulos es 200 grados centesimales y la diferencia de sus suplementos es igual a 80 grados sexagesimales. Halla la medida del mayor de ellos en radianes.

- A)  $\frac{3\pi}{9}$       B)  $\frac{5\pi}{18}$       C)  $\frac{13\pi}{8}$

- D)  $\frac{7\pi}{9}$       E)  $\frac{65\pi}{81}$

Respuesta:  $\frac{13\pi}{8}$

**PROBLEMA N° 6.**

El producto de tres enteros positivos distintos es 72. ¿Cuál es la menor suma posible de dichos números?

- A) 16      B) 15      C) 14  
 D) 13      E) 12

Respuesta: 13

**PROBLEMA N° 7.**

En el gráfico se tiene que  $AB =$

$BD$ , y  $m\widehat{AE} = 88^\circ$  y

$m\widehat{CB} = 110^\circ$ . Halla

el valor de  $x$ .

- A)  $55^\circ$       B)  $44^\circ$       C)  $35^\circ$   
 D)  $33^\circ$       E)  $27^\circ$



Respuesta:  $27^\circ$

**PROBLEMA N° 8.**

María y Vanesa compran 13 caramelos y se los reparten entre ellas. Vanesa le reclama a María diciendo: "Tú tienes más del doble de lo que yo tengo, por favor dame tu tercera parte" y María le responde diciendo: "Pero si te doy mi tercera parte vas a tener más caramelos que yo". ¿Cuántos caramelos tiene María?

- A) 6      B) 9      C) 4  
 D) 2      E) 12

Respuesta: 9

**PROBLEMA N° 9.**

Determina cuántos cm mide el radio de la rueda A si cuando ésta gira  $120^\circ$ , la rueda B gira  $2\pi$  radianes y además  $O_1O_2 = 80$  cm



- A) 20 cm      B) 30 cm      C) 40 cm  
 D) 50 cm      E) 60 cm

Respuesta: 60 cm

**PROBLEMA N° 10.**

En un triángulo rectángulo ABC, recto en C,

se cumple que  $\frac{\operatorname{sen} A + \operatorname{sen} B}{\operatorname{sen} A - \operatorname{sen} B} = 3$

Calcula el valor de :  $\frac{\tan A + \tan B}{\cot A}$

- A) 26/25    B) 25  
D) 13/9    E) 13/4

C) 26

**Respuesta** 26

**PROBLEMA N° 01.**

Una niña observa la cabeza de su padre con un ángulo de elevación de  $\theta^\circ$  y sus pies con un ángulo de depresión de  $30^\circ$ . Si la distancia del ojo de la niña a la cabeza de su padre es 1,5 metros y  $\tan \theta = 3/4$ , halla la altura del padre, en metros.

- A)  $0,8 + 0,6\sqrt{3}$     B)  $0,9 + 0,4\sqrt{3}$   
C)  $0,9 + 0,6\sqrt{3}$     D)  $1,2 + 0,4\sqrt{3}$   
E)  $1,2 + 0,6\sqrt{3}$

**Respuesta** 9

**PROBLEMA N° 02.**

Se requiere programar una dieta con dos alimentos S y T. Cada unidad del alimento S contiene 100 calorías y 15 gramos de proteínas. La unidad del alimento T contiene 200 calorías y 10 gramos de proteínas. La dieta requiere como mínimo 1000 calorías y 90 gramos de proteínas. Si el precio de cada unidad del alimento S es 400 soles y de cada unidad del alimento T es de 300 soles ¿cuántas unidades de cada alimento debe contener la dieta para minimizar el costo?

- A) 10 de S y 9 de T    B) 9 de T    C) 3 de S y 4 de T  
D) 4 de S y 3 de T    E) 3 de S y 3 de T

**Respuesta** 4 de S y 3 de T

**PROBLEMA N° 03.**

En el siguiente arreglo, por cada dos puntos se traza una recta ¿Cuántas rectas distintas se pueden trazar?

- A) 18    B) 21    C) 24  
D) 25    E) 27

**Respuesta** 24

**PROBLEMA N° 04.**

Sea ABC un triángulo y D la proyección del punto B sobre la bisectriz del ángulo  $\angle ACB$ . Si el área del triángulo ABC es 12, determina el área del triángulo PCC.

- A) 12    B)  $12 \cos(C/2)$   
C)  $12 \sin(C/2)$     D)  $12 \tan(C/2)$     E) 6

**Respuesta** 6

**PROBLEMA N° 05.**

¿Cuál es el menor número de 6 dígitos distintos que es múltiplo de 87 da como

respuesta la suma de los dígitos de dicho número.

- A) 19    B) 20    C) 21  
D) 22    E) 23

**Respuesta** 20

**PROBLEMA N° 06.**

La siguiente suma tiene 101 filas ¿cuál es el dígito central del resultado?

$$\begin{array}{r} 2 + \\ 22 \\ 222 \\ 2222 \\ \dots \\ 2222 \dots 2222 \end{array}$$

- A) 0    B) 2    C) 3  
D) 5    E) 7

**Respuesta** 3

**PROBLEMA N° 07.**

En cada vértice del rectángulo de lados 3 y 4 se dibuja un cuadrante de radio 1, como muestra la figura. Luego se elige un punto de cada cuadrante de tal modo que se forme un rectángulo ABCD con  $AB = 2BC$  y lados paralelos a los del rectángulo mayor. Halla el área del rectángulo ABCD.



- A) 72/25    B) 98/25    C) 128/49  
D) 162/49    E) 49/8

**Respuesta** 98/25

**PROBLEMA N° 08.**

¿Cuántas soluciones tiene la ecuación  $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$  en el intervalo  $[0, 4\pi]$ ?

- A) 9    B) 8    C) 7  
D) 6    E) 5

**Respuesta** 9

**PROBLEMA N° 09.**

La suma de todos los divisores positivos de N es igual a 2801. ¿Cuántos números N cumplen con esta condición?

- A) 0    B) 1    C) 2  
D) 3    E) 4

**Respuesta** 1

**PROBLEMA N° 10.**

Sean a, b, c números enteros (no necesariamente positivos) tales que  $a + b + a + b + c$  son números distintos del conjunto  $\{1, 2, 3, \dots, 9\}$ , halla el mayor valor de  $(9a + 5b + 3c)(5a + b + 3c)$  y da como respuesta la suma de sus dígitos.

- A) 14    B) 11    C) 21  
D) 23    E) 24

**Respuesta** 23